Шифр: 11-13

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап
по математике
2019/2020
Ленинградская область

Район Тосненский

Школа МБОУ СОШ школа №1

Класс 11

ФИО Чориев Михаил Давлатович

1	2	3	4	5	Σ
~~2~~ 4	0	0	0	x	~~2~~ 4

11-13

11.1. число $77=7\cdot 11=77\cdot 1$.

для достижения наибольшего n в 1 случае необходимо, чтобы двумя наибольшими были 7 и 11, а наименьшими: -7 и -11. во 2 случае необходимо, чтобы двумя наибольшими были 1 и 77, а наименьшими: -1 и -77. тогда максимально большое количество целых чисел в 1 случае будет при:

$-11; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 11$.

во 2 случае:

$-77; -1; 0; 1; 77$.

в 1 случае $n=17$; во 2 случае $n=5$.

Ответ: $n_{max}=17$.

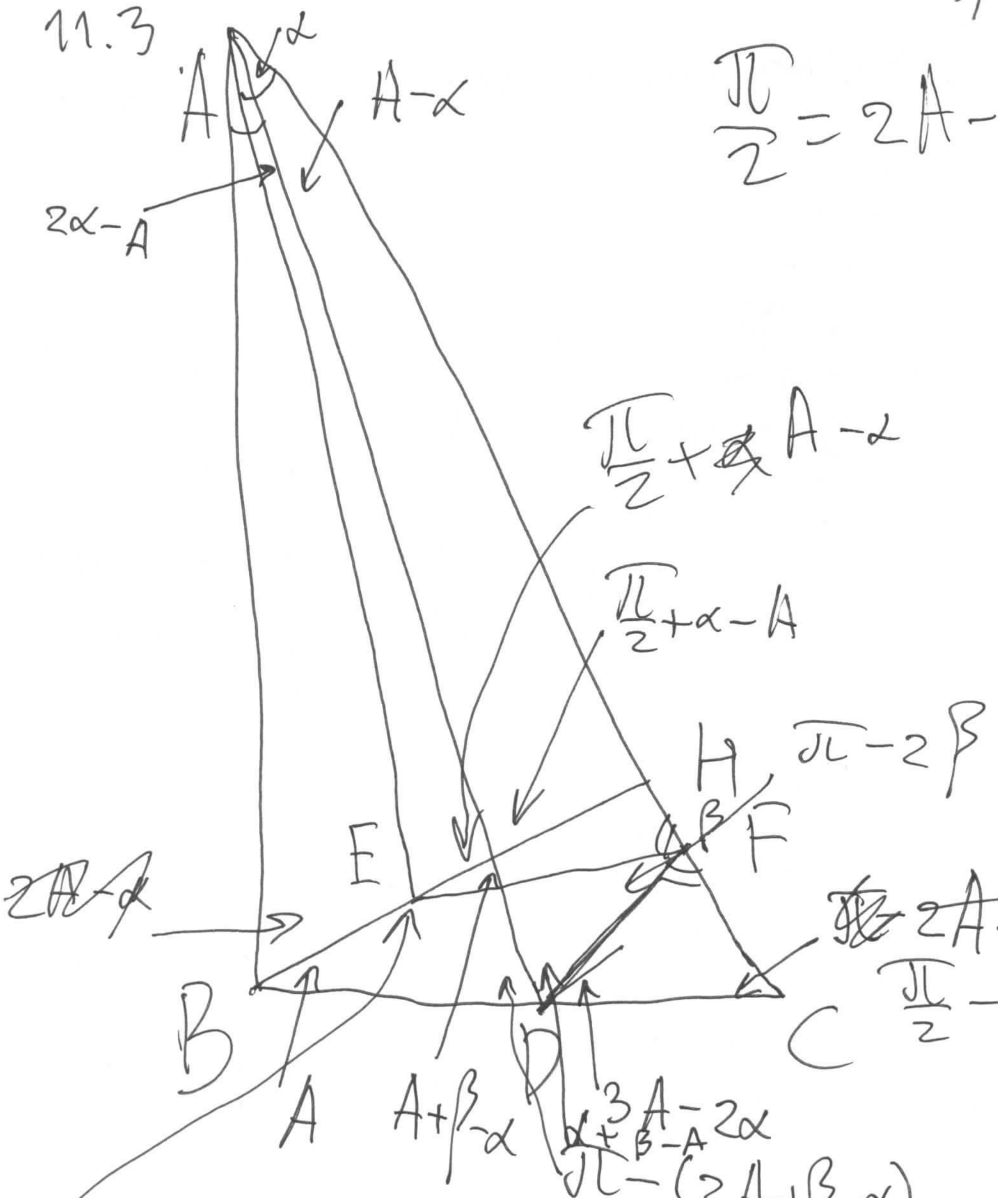
11.4.

$py+1=ab$

$py+1$ – простое при некотором y меньшем p по теореме Ферма.

11.3

11−13



$$\frac{\pi}{2} = 2A - 2\alpha + \beta$$

$$\cancel{2A-\alpha = \frac{\pi}{2} - A}$$

$$\frac{\pi}{2} - A = \pi - (3A - 2\alpha + \beta)$$

$$\cancel{A-\alpha + A+\beta-\alpha = 2(A-\alpha)+\beta = \pi}$$

$$\cancel{\frac{\pi}{2}+\alpha = \frac{\pi}{2} + A - \alpha + 2\alpha - A = \frac{\pi}{2}+\alpha}$$

$$2\pi - A - \pi + (2A+\beta-\alpha) - \frac{\pi}{2} - (A-\alpha)$$

11.2 максимально возможное число:

$$n^2 - \frac{n(n-1)}{2} = \frac{n(n+1)}{2}$$

$\cancel{\frac{n+}{2}\frac{n}{2}+n-1}$ $\quad \dfrac{\frac{n+1}{2} + \frac{n+1}{2} + \cancel{n+1}^{\,n-1}}{2} \cdot n = n^2$

$\Downarrow$ должно быть число, меньшее $\frac{n+1}{2}$.

Шифр: 2-11-08

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап
по математике
2019/2020

Ленинградская область

Район Тосненский

Школа МБОУ СОШ школа №1

Класс 11

ФИО Чорнев Михаил Давлатович

6	7	8	9	10	Σ
7	7	0	-	0	14

2-11-08

11.6. $(x^3+1)(x^4+1)=(x^7+x^4+x^3+1)$

$(x^7+x^4+x^3+1)-(x^4+1)=(x^7+x^3)=x^3(x^4+1)$

x^4+1 всегда больше 0 т.к

x^4 имеет минимум в 0 $((x^4)'=3x^2$

$x^2=0 \quad x=0)$

$\Downarrow$

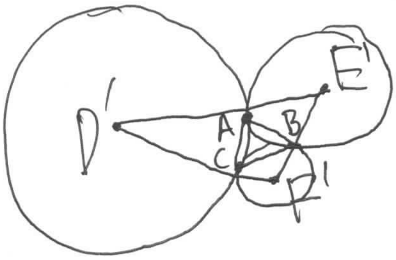
$x^4+1 \geq 1$

x^3 – нечетная функция, которая при положительных значениях принимает неотрицательные значения, а при отрицательных значениях – неположительные
а т.к x^3 и x^4+1 при положительных значениях x больше 0, то $x^3(x^4+1)$ принимает неотрицательные значения при положительном значении аргумента, ~~а~~ т.к x^3 принимает неположительные значения при отрицательном значении аргумента, а x^4+1 – положительные значения при отрицательных значениях аргумента, то $x^3(x^4+1)$ принимает неположительные значения при отрицательных значениях аргумента

Ответ: x^7+x^3

1/5

11.9.



2/5

(2-11-09

11.7. ~~пусть до некоторого числа 2^n это возможно~~ проверим, возможно ли такое для натуральных чисел до 4. Будем записывать в верхнюю строку числа 1 цвета, ~~в 2о~~ в нижнюю – 2 цвета. ~~тогда~~

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

пусть такое возможно до некоторого 2^n, ~~тогда~~ проверим это для 2^{n+1}.

между 2^n и 2^{n+1} 2^n чисел, ~~будем т.к~~ при этом 2^{n+1} еще не было получено т.к $2^{n+1} = 2^n + 2^n$, а складывать можно только разные числа. аналогично числами из промежутка от 1 до 2^{n+1} суммой ~~любых~~ 2 нельзя получить число 2^{n+2} или больше ему. Будем делать так: если некоторое $2^n - k$ 1 цвета, то $2^n + k$ – 2 цвета. причем $k \in [1; 2^n - 1]$ $k \in N$ разобьем на пары числа: $(2^n - 1; 2^n + 1)$; $(2^n + 2; 2^n - 2)$ ... $(2^n + k; 2^n - k)$ ... $(2^{n+1} - 1; 1)$ в ~~этих~~ парах числа будут иметь разные цвета. т.к сумма 2 чисел от 2^n до 2^{n+1} не может быть степенью двойки, а сумма 2 чисел от 1 до 2^n тоже не степень двойки по предположению индукции, и сумма 2 чисел от 1 до 2^{n+1} причем одно из чисел больше 2^n не может быть равно 2^n и $2^n + 1$ по сортировке парами $(2^n + k; 2^n - k)$

2-11-08

то следовательно можно так раскрасить все натуральные числа в 2 цвета, что никакая сумма одноцветных не будет являться степенью двойки.

(если суждение верно для некоторого n, то оно верно и для произвольного n.

3/5

(2-11-08

11.8. пусть $\sin x+\cos y=\frac{a}{b}$, где $a, b\in N$.
$\sin y+\cos x=\frac{c}{d}$, где $c, d\in N$, тогда

$b(\sin x+\cos y)=a$
$d(\sin y+\cos x)=c$ сложим оба равенства получим
$b\sin x+b\cos y+d\sin y+d\cos x=b\sin x+d\cos x+b\cos y+d\sin y$.

Т.к $b\sin x+b\cos y\in N$, то $b\sin x$ и $b\cos y\in R$ где R — множество рациональных чисел (т.к 2 иррациональных числа не могут в сумме давать натуральное число.) ~~ир~~

Т.к $d\sin y+d\cos x\in N$, то $d\sin y+d\cos x\in R$.

если $\sin x\geq 0$ и $\cos x\geq 0$, то

$$\begin{cases} b\sin x=\frac{e}{bm} \\ d\cos x=\frac{f}{dn}\end{cases}$$ где $b, d, m, n\in N$, $e, f\in N$ или 0.

$$\Downarrow \quad \begin{cases} m\sin x=e \\ n\cos x=f\end{cases} \quad m\sin x+n\cos x=e+f\in N$$

~~если $\sin x<0$, то $b\sin x=\frac{e}{bm}$, $d\cos x=\frac{f}{dn}$~~

предположим, что одно из чисел $\sin x$ или $\cos x<0$, тогда пусть это будет, например, $\sin x$, тогда $|\cos y|>|\sin x|$; $|\cos x|>|\sin y|$ в частности отсюда следует, что $\sin x$ и $\cos x$ не могут быть меньше 0 одновременно

$$\begin{cases} b\sin x=\frac{g}{bm} \\ d\cos x=\frac{f}{dn}\end{cases}$$ $g\in -N$ или 0. $\begin{cases} m\sin x=g \\ n\cos x=f\end{cases}$ $m\sin x+n\cos x=f+g$

если $|f|>|g|$, то пример подходит, если нет, то увеличим n в нужное количество раз в то же количество раз увеличится и f и ~~стане~~ по модулю станет больше g, пример, когда $\cos x<0$ доказывается симметрично.

4/5

2-11-08

11.10. Ответ: 5 значений t.

Решение: пусть $f(x) = a_1x^2 + b_1x + c_1$

$g(x) = a_2x^2 + b_2x + c_2$

для того, чтобы восстановить многочлен 2 степени по его значениям нужны 3 точки, докажем, что 4 значений Васе не хватит, действительно пусть Петя даст 2 первых значения от 1 многочлена, а 2 других - от второго но по 2 точкам можно восстановить только прямую

стратегия: пусть Вася загадал Пете числа t: $0; 1; -1; 2; -2$, Петя сказал Васе значения многочлена: $y_1; y_2; y_3; y_4; y_5$ соответственно найдем многочлен ax^2+bx+c, удовлетворяющий условию:

$$\begin{cases} c = y_1 \\ a+b+c=y_2 \\ a-b+c=y_3 \\ 4a+2b+c=y_4 \\ 4a-2b+c=y_5 \end{cases}$$

дальше Васе необходимо решить 10 систем из 3 линейных уравнений и определить нужный многочлен

5/5